

# אנליזה ב

פרק 1 - סדרות

תוכן העניינים

1. היכרות עם סדרות ..... (ללא ספר)
2. חישוב גבול לפי כללי חשבון גבולות ..... 1

## חישוב גבול לפי כללי חשבון גבולות

### שאלות

חשבו את הגבולות הבאים :

- $$\begin{aligned} (1) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (e^{-n})^{\ln n} \\ (2) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 2}{n^2 + 1000n} \\ (3) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^2 + 6}{3n^2 + 10n} \\ (4) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 + 2n^2 + 6}{3n^5 + 10n} \\ (5) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n^2 - 5n + 6}{2n + 10} - \frac{n}{2} \right) \\ (6) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{n} \\ (7) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^4 + 2n^2 + 6 + 27n^6}}{\sqrt{3n^3 + 10n + 4n^4}} \\ (8) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{3n-3}}{\sqrt{4n+1} - \sqrt{5n-1}} \\ (9) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{16^n + 4^{n+1}}{2^{4n+2} + 2^{n+3}} \\ (10) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 9^n + 3^{n+1}}{81^{0.5n} + 3^{n+3}} \\ (11) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4n^2 + 2}{n^2 + 1000n}} \\ (12) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left( \frac{3n^3 - 5n - 1}{n^3 - 2n^2 + 1} \right) \\ (13) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{n^4 + 2n^2 + 6}{3n^4 + 10n}} \\ (14) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[5]{\frac{an+1}{bn+2}} \\ (15) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 5n} - n) \\ (16) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + kn} - n) \\ (17) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n) \\ (18) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + n^2 + 1} - n^2) \\ (19) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + an} - \sqrt{n^2 + bn}) \\ (20) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \sin \left( \frac{4}{n} \right) \\ (21) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + 2 + \dots + n}{n^2 + 4n + 1} \\ (22) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^3 + n^2 + 1} \\ (23) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} 4^n \sin \frac{1}{n} \\ (24) \quad & \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right) \end{aligned}$$

\* רמז לשאלה 24:  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

### הערה חשובה מאוד!

בפתרון המלא, יופיע במקום המשתנה  $n$  – המשתנה  $x$ . יש להתייחס אל  $x$  כאל מספר טבעי! בנוסף, יש לזכור שסדרה היא פונקציה (מהטבעיים לממשיים) ולכן לעיתים אומר פונקציה במקום סדרה.

## תשובות סופיות

- |                                                                                                          |                       |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|
| 4 (2                                                                                                     | 0 (1                  |
| 0 (4                                                                                                     | $\infty$ (3           |
| 1 (6                                                                                                     | -5 (5                 |
| $\frac{1-\sqrt{3}}{2-\sqrt{5}}$ (8                                                                       | 1.5 (7                |
| 4 (10                                                                                                    | 0.25 (9               |
| $\ln 3$ (12                                                                                              | 2 (11                 |
|                                                                                                          | $e^{\frac{1}{3}}$ (13 |
| (14 $(\lim a_n = \infty) \Leftarrow (a > 0, b = 0)$ , $(\lim a_n = \sqrt[5]{a/b}) \Leftarrow (b \neq 0)$ |                       |
| $(\lim a_n = -\infty) \Leftarrow (a < 0, b = 0)$                                                         |                       |
| $\frac{k}{2}$ (16                                                                                        | 2.5 (15               |
| 0.5 (18                                                                                                  | 0.5 (17               |
| 4 (20                                                                                                    | $\frac{a-b}{2}$ (19   |
| $\frac{1}{3}$ (22                                                                                        | 0.5 (21               |
| 1 (24                                                                                                    | $\infty$ (23          |